Teoretyczne podstawy języków programowania

Lista 6

17.11.2004

Zadanie 1. System dedukcji naturalnej dla logiki klasycznej można otrzymać, dodając do systemu dla logiki intuicjonistycznej jedną z poniższych reguł wnioskowania:
(1) regułę sprowadzenia do sprzeczności (reductio ad absurdum);
(2) regułę podwójnego zaprzeczenia;
(3) regułę wykluczonego środka (tertium non datur).

$$\frac{\begin{array}{c}[\neg\sigma]^n\\ \vdots\\ \bot\end{array}}{\sigma}\ (RAA(n)) \qquad \frac{\neg\neg\sigma}{\sigma}\ (\neg\neg) \qquad \frac{}{\sigma \vee \neg\sigma}\ (TND)$$

Udowodnij równoważność tych reguł.

Zadanie 2. Udowodnij, że poniższe formuły są twierdzeniami intuicjonistycznego rachunku zdań. Dowody przedstaw w systemie dedukcji naturalnej ($\leftrightarrow$ wymaga udowodnienia implikacji w obie strony).

(1) $\vdash \varphi \wedge \psi \leftrightarrow \psi \wedge \varphi$
(2) $\vdash \varphi \vee \psi \leftrightarrow \psi \vee \varphi$
(3) $\vdash (\varphi \wedge \psi) \wedge \sigma \leftrightarrow \varphi \wedge (\psi) \wedge \sigma$
(4) $\vdash \varphi \vee (\psi \wedge \sigma) \leftrightarrow (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \sigma)$
(5) $\vdash (\varphi \to (\psi \to \sigma) \leftrightarrow ((\varphi \wedge \psi) \to \sigma)$
(6) $\vdash \varphi \to \neg\neg\varphi$
(7) $\vdash (\varphi \wedge \neg\psi) \to \neg(\varphi \to \psi)$

Zadanie 3. Przedstaw dowody 1–5 z zadania 2 w postaci termów ET.