Teoretyczne podstawy języków programowania
Lista 13
19.01.2005

Zadanie 1. Udowodnij
Lemat 4 Jeśli w wywodzie asercji $\Gamma \vdash M : \sigma$ w $\lambda^{\rightarrow}_{<:}$ występuje kolejno dwukrotnie reguła (Sub), to te dwa wystąpienia można zastąpić jednym. Takie przekształcenie wywodu nie zmienia otrzymanej z niego funkcji koercji.

Zadanie 2. Dokończ dowód poniższego lematu.
Lemat 5 Każdy wywód asercji $\Gamma \vdash M : \sigma$ w $\lambda^{\rightarrow}_{<:}$ można przekształcić w taki sposób, że reguła (Sub) jest używana tylko dla argumentów funkcji i (ewentualnie) raz na końcu wywodu dla całego termu M. Takie przekształcenie wywodu nie zmienia otrzymanej z niego funkcji koercji.

Dowód przez indukcję po wysokości drzewa wywodu asercji $\Gamma \vdash M : \sigma$, z wykorzystaniem Lematu 2.

Zadanie 3. Udowodnij
Twierdzenie 6 Niech $\mathcal{D}_1$ i $\mathcal{D}_2$ oznaczają dwa drzewa wywodu asercji $\Gamma \vdash M : \sigma$ w $\lambda^{\rightarrow}_{<:}$. Wówczas $[\![\Gamma]\!] \vdash [\![\mathcal{D}_1]\!] = [\![\mathcal{D}_2]\!] : \sigma$ w $\lambda^{\rightarrow} + \mathcal{C}_{(Sub)}$.

Dowód jest podobny do dowodu Twierdzenia 3 z wykładu.