ćwiczenia (licencjat wieczorowy): lista zadań nr 7 *28 kwietnia 2009 r.*

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

SŁOWNIKI I DRZEWA BST

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego *Paweł Rzechonek*

1. [1 pkt.] Znajdź wszystkie drzewa binarne, których węzły tworzą ten sam ciąg, gdy wypisze się je w porządkach:
   (a) *preorder* i *inorder*;
   (b) *preorder* i *postorder*;
   (c) *inorder* i *postorder*;

   Zakładamy, że żadne dwie wartości w takich drzewach nie powtarzają się.

2. [1 pkt.] Pokaż, jak za pomocą kolejki można wypisać zawartość drzewa binarnego poziomami (korzeń znajduje się na poziomie 0, jego synowie na poziomie 1, wnukowie na poziomie 2, itd).

3. [2 pkt.] Węzły pewnego drzewa binarnego zostały wypisane w porządku *inorder* i *preorder* (albo *postorder*). Pokaż, jak można odtworzyć strukturę drzewa, mając takie dwa ciągi danych. Zakładamy, że żadne dwie wartości w tym drzewie nie powtarzają się.

4. [1 pkt.] Napisz w pseudokodzie procedury, które znajdują element poprzedni i następny co do wielkości względem zadanej wartości klucza x w drzewie BST.

5. [2 pkt.] Budujemy n-elementowe drzewo BST wstawiając do niego w losowej kolejności liczby naturalne $\{1, 2, \ldots, n\}$. Zakładamy, że każdy ciąg wstawień (permutacja $1, 2, \ldots, n$) jest jednakowo prawdopodobny, oraz że $n = 2^k - 1$.
   (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że zbudowane drzewo będzie drzewem pełnym o wysokości $k - 1$?
   (b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że zbudowane drzewo będzie listą, czyli drzewem o wysokości $2^k - 2$ (każdy węzeł oprócz jedynego liścia posiada tylko lewego albo prawego syna)?

6. [2 pkt.] Przedstaw algorytm, który podzieli drzewo BST na dwa odrębne drzewa BST względem zadanej wartości klucza x. W jednym z wynikowych drzew mają się znaleźć wszystkie węzły pierwotnego BST z kluczami $\leq x$, a w drugim z kluczami $> x$. Czas działania twojego algorytmu powinien być ograniczony przez głębokość węzła z wartością x w pierwotnym drzewie.

7. [2 pkt.] Przedstaw w pseudokodzie implementację pojedynczych rotacji w lewo i w prawo. Następnie wykorzystaj te operacje do implementacji podwójnych rotacji. Twoje procedury powinny zachować pierwotny korzeń drzewa (można zamieniać klucze i wskaźniki w węzłach).

8. [1.5 pkt.] Oblicz, jaka jest maksymalna różnica pomiędzy liczbą węzłów w lewym i w prawym poddrzewie w korzeniu drzewa AVL, jeśli wysokość tego drzewa wynisi h.

9. [1.5 pkt.] Oblicz, jaka jest minimalna liczba węzłów w drzewie RB o wysokości h.