

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

WYBÓR k -TEGO ELEMENTU

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Paweł Rzechonek

1. [2 pkt.] Jeśli danych jest n uporządkowanych elementów, to wyznaczenie k -tego co do wielkości elementu jest trywialne (wystarczy odczytać wartość z k -tej pozycji). Jak jednak w takim ciągu sprawdzić, czy znajduje się w nim określona wartość x ? Napisz iteracyjną i rekurencyjną wersję procedury, która rozwiązuje ten problem. Oszacuj złożoność czasową tych procedur (czas liniowy jest niedopuszczalny).
2. [3 pkt.] Przedstawiony na wykładzie algorytm dokonuje jednoczesnego wyboru minimum i maksimum ze zbioru nieuporządkowanych elementów pamiętanych w tablicy. Wiemy też, że dolna granica dla tego problemu wynosi $\lceil \frac{3}{2}n - 2 \rceil$ porównań.

Określ, ile porównań będzie wykonywał ten algorytm dla danych rozmiaru n będącego potęgą 2. Jak bardzo różni się ten wynik od dolnej granicy dla danych, których rozmiar nie jest potęgą 2?

```
function MINMAX-REC (ordtype  $T[0 \dots n - 1]$ )  $\mapsto$  (ordtype, ordtype)  
{  
    if  $n = 1$  then return  $(T_0, T_0)$ ;  
    if  $n = 2$  then  
        if  $T_0 \leq T_1$   
            then return  $(T_0, T_1)$ ;  
            else return  $(T_1, T_0)$ ;  
     $m \leftarrow \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ ;  
     $(a, b) \leftarrow$  MINMAX-REC  $(T[0 \dots m - 1])$ ;  
     $(c, d) \leftarrow$  MINMAX-REC  $(T[m \dots n - 1])$ ;  
    return  $(\min\{a, c\}, \max\{b, d\})$ ;  
}
```

Zmodyfikuj ten algorytm w taki sposób, aby działał on optymalnie dla danych dowolnego rozmiaru.

3. [2 pkt.] Wiemy, że dolna granica na liczbę wykonywanych porównań przez dowolny algorytm znajdujący minimum w n -elementowym zbiorze wynosi $n - 1$. Dolna granica na liczbę wykonywanych porównań przez dowolny algorytm znajdujący vice-minimum w n -elementowym zbiorze wynosi $n + \lceil \log n \rceil - 2$. Skonstruuj algorytm znajdujący vice-minimum w nieuporządkowanym n -elementowym zbiorze pamiętanym w tablicy, działający optymalnie.
4. [1.5 pkt.] Napisz w pseudokodzie procedurę, która wyznacza medianę spośród 5 elementów, wykonując w najgorszym przypadku co najwyżej 6 porównań.
5. [1.5 pkt.] Mamy dostęp do algorytmu *czarna skrzynka*, który w liniowym czasie znajduje medianę w nieuporządkowanym ciągu liczb. Skonstruuj algorytm, który korzystając z *czarnej skrzynki* wyznaczy dowolny k -ty co do wielkości element w nieuporządkowanym ciągu liczb. Twój algorytm powinien działać w czasie liniowym.