ćwiczenia (licencjat dzienny/wieczorowy): lista 0 (rozruchowa) *3/5 października 2007 r.*

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego *Paweł Rzechonek*

1. [$*$] Dane są dwa algorytmy $\mathcal{A}_1$ i $\mathcal{A}_2$, które rozwiązują ten sam problem $\mathcal{P}$. Dla danych o rozmiarze n algorytm $\mathcal{A}_1$ działa w czasie $f_1(n)$, a algorytm $\mathcal{A}_2$ w czasie $f_2(n)$:

   (a) $f_1(n) = n\sqrt{n}$, $f_2(n) = 5n$

   (b) $f_1(n) = 100n^2$, $f_2(n) = 2^n$

   Dla jakich wartości n bardziej opłaca się stosować algorytm pierwszy, a dla jakich drugi? Odpowiedź uzasadnij.

2. [$*$] Dysponujemy komputerem, który wykonuje miliard operacji na sekundę. Na komputerze tym uruchamiamy programy o różnej złożoności czasowej zależnej od rozmiaru danych (liczba operacji potrzebna do zakończenia obliczeń). Wypełnij tabelkę określając największy rozmiar danych n, dla których program wykona obliczenia w zadanym czasie.

złożoność programu	sekunda	minuta	godzina	dzień	tydzień
$1000 \cdot \log n$					
$100 \cdot \sqrt{n}$					
$10 \cdot n$					
$n \log n$					
n^2					
2^n					
$n!$					

3. [$**$] Niech dane będą funkcje $f, g : \mathbf{N} \mapsto \mathbf{R}_+$. Korzystając z podstawowej definicji operatora Θ, udowodnij że:

   (a) $\max(f(n), g(n)) \in \Theta(f(n) + g(n))$

   (b) $\min(f(n), g(n)) \in \Theta(\frac{f(n)g(n)}{f(n)+g(n)})$

4. [$*$] Czy $2^{n+1} \in \Omega(2^n)$? A czy $2^{2n} \in \Omega(2^n)$? Odpowiedź uzasadnij.

5. [$*$] Czy $\log \sqrt{n} \in O(\log n)$? A czy $\log \sqrt[n]{n} \in O(\log n)$? Odpowiedź uzasadnij.

6. [$*$] Pokaż, że dla dowolnych stałych $a, b, c \in \mathbf{R}_+$ zachodzi $(an + b)^c \in \Theta(n^c)$.

7. [$*$] Udowodnij, że $\log n! \in \Theta(n \log n)$.

8. [$*$] Pokaż, że funkcja $n^2 \cdot \sin^2 \frac{n\pi}{4}$ nie należy ani do $O(n)$ ani do $\Omega(n)$.

9. [$*$] Korzystając z definicji o i ω udowodnij, że funkcja $2n + 12$ należy do $o(n^2)$, ale nie należy do $\omega(n^2)$.