ćwiczenia (licencjat dzienny): lista zadań nr 1 *9 października 2006 r.*

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

EFEKTYWNOŚĆ ALGORYTMÓW

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocawskiego *Paweł Rzechonek*

1. [$**$] Dane są dwie długie liczby naturalne o takiej samej długości k. Oszacuj optymistyczny, pesymistyczny i oczekiwany czas ich porównywania przy założeniu, że każda dopuszczalna wartość tych liczb jest jednakowo prawdopodobna.

2. [$**$] Przypomnij sobie procedurę mnożącą dwie długie liczby naturalne *po rosyjsku*. Liczby te mogą mieć różne długości. Jaki wpływ na czas działania tego algorytmu może mieć wcześniejsze uporządkowanie tych liczb względem ich wielkości?

3. [$**$] Dana jest rzeczywista macierz kwadratowa M o rozmiarze $m \times m$ i liczba naturalna n. Podaj algorytm obliczania M^n, który wykonuje jedynie $\Theta(\log n)$ mnożeń macierzy. Uzasadnij poprawnośc przedstawionego rozwiązania.

4. [$***$] Czy *metodę macierzową* obliczania n-tej liczby Fibonacciego można uogólnić na inne ciągi, w których kolejne elementy są definiowane liniową kombinacją skończonej liczby elementów wcześniejszych? Jak bardzo zadanie się skomplikuje, gdy dopuścimy występowanie stałego składnika w kombinacji liniowej?

5. [$***$] Rozważ następujące struktury danych reprezentujące graf prosty o N wierzchołkach i M krawędziach:

   - macierz sąsiedztwa,
   - uporządkowane listy sąsiadów.

   Dla każdej z tych struktur oblicz:

   (a) rozmiar pamięci, w której jest przechowywany graf;
   (b) czas potrzebny na sprawdzenie, czy istnieje w grafie krawędź (v_i, v_j);
   (c) czas potrzebny do zliczenia wszystkich wierzchołków izolowanych;
   (d) czas potrzebny do wyznaczenia stopnia wierzchołka v;
   (e) czas potrzebny do wyznaczenia wszystkich sąsiadów wierzchołka v.