Repetytorium: lista zagadnień nr 1 *4 października 2005*

Algorytmy i Struktury Danych

szacowanie złożoności obliczeniowej

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego *Paweł Rzechonek*

1. W podanych niżej funkcjach usuń wszystkie składniki i współczynniki, tak by pozostała jak najprostsza w zapisie funkcja równoważna wejściowej w sencie Θ:
   (a) $11n^3 + 13n^2 + 17n + 19$
   (b) $n! + n^n$
   (c) $2^n + 3^n$
   (d) $3^{n+7} \cdot 2^{n+5}$
   (e) $\log(n^n) + \log(n!)$
   (f) $2^{\log^2 n} + n^{\log n}$
2. Uzasadnij, że $\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}} \leq n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n$.
3. Posługując się metodą uzmienniania stałej, oraz korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego i twierdzenia, że suma pochodnych jest równa pochodnej sumy, oblicz:
   (a) $\sum_{i=1}^{n} i \cdot 2^i$
   (b) $\sum_{i=1}^{n} (i^2 - i) \cdot 3^i$
4. Wykaż, że dla dowolnej niemalejącej funkcji $f : \mathbf{R}_{+0} \mapsto \mathbf{R}_{+0}$ sumę $\sum_{i=1}^{n} f(i)$ można oszacować z dołu przez $\int_0^n f(x)\,dx$ oraz z góry przez $\int_1^{n+1} f(x)\,dx$. Następnie wykorzystaj tę własność by oszacować sumy:
   (a) $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$
   (b) $\sum_{i=1}^{n} i^2$
   (c) $\sum_{i=1}^{n} i \cdot \log i$
   (d) $\sum_{i=1}^{n} 2^i$
5. Dana jest n-elementowa lista jednokierunkowa. W każdym węźle tej listy jest zapamiętana jedna liczba całkowita będąca kluczem. Nie ma też dwóch różnych węzłów, które pamiętałyby taką samą liczbę. Przeglądanie listy jest standardowe: zaczynamy od pierwszego elementu i przechodzimy przez kolejne, aż nie osiągniemy zadanego celu. Dostęp do k-tego węzła na tej liście wymaga więc czasu $O(k)$. Oszacuj:

(a) Jaki jest najlepszy i najgorszy czas dostępu do elementu o zadanym kluczu?

(b) Jaki jest średni czas dostępu do elementu na liście, przy założeniu że o każdy klucz pytamy z jednakowym prawdopodobieństwem?

(c) Jaki jest średni czas dostępu do elementu na liście, przy założeniu że o każdy klucz pytamy z jednakowym prawdopodobieństwem, oraz że połowa kluczy o które pytamy w ogóle nie znajduje się na liście?