

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

STRATEGIA ZACHŁANNA

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Paweł Rzechonek

- [***] Wykaż, że strategia zachłanna zawsze pozwala znaleźć optymalne rozwiązanie dla problemu wydawania reszty, gdy nominały monet c_0, c_1, \dots, c_n są tak dobrane, że $c_0 = 1$ oraz $c_{i-1} | c_i$ dla $i = 1 \dots n$.
- [**] Szczególnym przypadkiem dyskretnego problemu plecakowego jest *łatwy problem plecakowy* — mamy z nim do czynienia wtedy, gdy uporządkowane rosnąco wartości przedmiotów tworzą ciąg superrosnący (ciąg liczb jest superrosnący, gdy każda kolejna liczba jest większa od sumy wszystkich wcześniejszych). Ułóż algorytm rozwiązujący taką wersję problemu plecakowego i udowodnij, że znajduje on optymalne rozwiązanie. Jaki jest czas działania twojego algorytmu?
- [*] Dany jest bardzo długi tekst, w którym częstość występowania poszczególnych liter określona jest w poniższej tabeli:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
.081	.015	.028	.043	.127	.022	.020	.061	.070	.002
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
.008	.040	.024	.067	.075	.019	.001	.060	.063	.091
U	V	W	X	Y	Z				
.028	.010	.023	.001	.020	.001				

W oparciu o te dane skonstruuj drzewo binarne odpowiadające optymalnemu kodowi prefiksowemu dla tego tekstu (wykorzystaj algorytm przedstawiony na wykładzie).

- [*] Udowodnij, że drzewo binarne, które nie jest regularne (a więc zawiera węzeł wewnętrzny, który ma jednego potomka), nie może odpowiadać optymalnemu kodowi prefiksowemu.
- [**] Uogólnij *algorytm Huffmana* do kodów trójkowych (kodów używających symboli 0, 1 i 2) i udowodnij, że generuje on optymalne kody trójkowe.
- [**] Dany jest n -elementowy zbiór znaków i znane są częstości występowania każdego z nich. Napisz algorytm, który wygeneruje *kody Huffmana* dla tych znaków bez konstruowania *drzewa Huffmana*.

7. [***] Dana jest lista n wykładów. Każdy z wykładowców upiera się przy swoim terminie przeprowadzenia zajęć — $[p_1, k_1), [p_2, k_2), \dots [p_n, k_n)$. Trudno wszystkich usatysfakcjonować, gdyż dysponujemy tylko jedną salą wykładową. Podaj algorytm, który wybierze wykłady w taki sposób, aby odbyło się ich jak najwięcej. Czy jest on również skuteczny, gdy chcemy zmaksymalizować czas wykorzystania sali?
8. [**] Danych jest n zadań o czasach wykonania odpowiednio $t_1, t_2, \dots t_n$ oraz system komputerowy z jednym procesorem. Zadania te ustawione w kolejkę będą po kolei wykonywane. W jakiej kolejności należy je wykonać, aby zminimalizować czas ich przebywania w systemie? Podaj algorytm rozwiązujący ten problem i udowodnij, że znajduje on optymalne rozwiązanie.
Uwaga: Jest to problem *szeregowania zadań dla pojedynczego procesora*.
9. [***] Danych jest n zadań o czasach wykonania odpowiednio $t_1, t_2, \dots t_n$ oraz system komputerowy z c procesorami. Zadania te porozdzielane do poszczególnych procesorów i ustawione w kolejkach będą po kolei wykonywane. Jak porozdzielać je do poszczególnych procesorów, aby zminimalizować czas ich przebywania w systemie? Podaj algorytm rozwiązujący ten problem i udowodnij, że znajduje on optymalne rozwiązanie.
Uwaga: Jest to problem *szeregowania zadań dla wielu procesorów*.
10. [**] Danych jest n zadań o jednostkowych czasach wykonania oraz system komputerowy z jednym procesorem. Z każdym zadaniem związane są dwa parametry: dopuszczalny termin wykonania i kara za przekroczenie tego terminu. Jak ustawić te zadania w kolejce do wykonania, aby suma kar za niedotrzymanie terminów była jak najmniejsza? Podaj algorytm rozwiązujący ten problem i udowodnij, że znajduje on optymalne rozwiązanie.
Uwaga: Jest to problem *szeregowania zadań o jednostkowym czasie wykonania z karami za przekroczenie terminu*.
11. [***] Przypomnij sobie *algorytm Dijkstry* znajdowania najkrótszych dróg w grafie skierowanym z nieujemnymi wagami z określonego wierzchołka do wszystkich pozostałych. Udowodnij, że algorytm ten znajduje optymalne rozwiązanie (wykorzystaj indukcję).
12. [*] Czy *algorytm Dijkstry* może zostać wykorzystany do znajdowania najkrótszych dróg z określonego wierzchołka do wszystkich pozostałych w grafie skierowanym z wagami, w którym dopuścimy ujemne wagi? Odpowiedź uzasadnij.
13. [*] Jak można zmodyfikować *algorytm Dijkstry*, aby sprawdzał czy graf skierowany posiada cykl?