
ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

PROGRAMOWANIE DYNAMICZNE

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Paweł Rzechonek

1. [***] Dany jest zbiór n symboli $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ z określonym na nich porządkiem liniowym \leq (dzięki relacji \leq elementy te możemy ze sobą porównywać). Z każdym symbolem jest związane prawdopodobieństwo jego wystąpienia p_i dla $i = 1 \dots n$ (możemy myśleć o tym wystąpieniu jak o prawdopodobieństwie zapytania o dany symbol), gdzie $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Przedstaw algorytm, który wygeneruje drzewo poszukiwań binarnych T o n węzłach, gdzie kluczami w węzłach będą symbole ze zbioru S , takie aby średni czas zlokalizowania klucza w drzewie był minimalny (drzewo takie jest nazywane *optymalnym drzewem BST*).

Wskazówka: Zminimalizuj wartość $\sum_{v \in T} d_v p_v$, gdzie d_v jest głębokością węzła v (korzeń ma głębokość 0) a p_v jest prawdopodobieństwem z jakim występuje symbol zapamiętany w tym węźle.

2. [**] Ile jest różnych drzew BST o n węzłach? Napisz wzór rekurencyjny i wyznacz jego postać analityczną.

Wskazówka: Liczby Catalan.

3. [*] Jak będzie wyglądało optymalne drzewo BST dla następującego zbioru symboli (z podanymi prawdopodobieństwami ich wystąpień): $A(0.31)$, $B(0.17)$, $C(0.05)$, $D(0.07)$, $E(0.11)$ i $F(0.29)$?

4. [****] Szef pewnej firmy postanowił zorganizować *okolicznościowy bankiet* dla pracowników. Firma ma strukturę hierarchiczną, czyli relacja przełożony-podwładny tworzy drzewo (niekoniecznie binarne), którego korzeniem jest sam szef firmy. Dział personalny wyznaczył *współczynnik towarzyskości* każdego pracownika, będący liczbą rzeczywistą. Aby sytuacja nie krępowała żadnego z uczestników bankietu, szef firmy postanowił, że nie mogą zostać zaproszeni jednocześnie pracownik i jego bezpośredni przełożony. Ponieważ bankiet ma się odbyć już w najbliższą sobotę, więc trzeba jak najszybciej (w rozsądnym wielomianowym czasie) sporządzić listę zaproszonych gości. Przedstaw algorytm, który stworzy listę gości w taki sposób, aby zmaksymalizować sumę ich współczynników towarzyskości. Oczywiście należy zachować reguły wymyślone przez szefa firmy.

Uwaga: Twój algorytm powinien zagwarantować, żeby szef został zaproszony na organizowany przez siebie baniet.

5. [***] Dany jest zbiór n punktów na płaszczyźnie $P = \{p_1, \dots, p_n\}$, które są wierzchołkami wielokąta wypukłego. Przedstaw algorytm, który podzieli ten wielokąt przekątnymi (odcinkami łączącymi niesąsiednie wierzchołki) na $n - 2$ rozłącznych trójkątów, tak aby suma

długości wszystkich wewnętrznych odcinków (przekątnych dzielących wielokąt na trójkąty) była minimalna.

Uwaga: Jest to *problem optymalnej triangulacji* wielokąta wypukłego.