

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

SZACOWANIE ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Paweł Rzechonek

1. Dane są dwa algorytmy \mathcal{A}_1 i \mathcal{A}_2 , które rozwiązują ten sam problem \mathcal{P} . Dla danych o rozmiarze n algorytm \mathcal{A}_1 działa w czasie $f_1(n)$, a algorytm \mathcal{A}_2 w czasie $f_2(n)$:

- (a) [*] $f_1(n) = 16n$, $f_2(n) = n \log n$;
 (b) [*] $f_1(n) = n\sqrt{n}$, $f_2(n) = 10n$;
 (c) [*] $f_1(n) = 100n^2$, $f_2(n) = 2^n$;
 (d) [*] $f_1(n) = n!$, $f_2(n) = 256n^3$;

Dla jakich wartości n bardziej opłaca się stosować algorytm pierwszy, a dla jakich drugi?

2. [**] Dysponujemy komputerem, który wykonuje miliard operacji na sekundę. Na komputerze tym uruchamiamy programy o różnej złożoności czasowej zależnej od rozmiaru danych. Wypełnij tabelkę określając największy rozmiar danych n , dla których program wykona obliczenia w zadanym czasie.

złożoność programu	sekunda	minuta	godzina	dzień
$\log n$				
\sqrt{n}				
n				
$n \log n$				
n^2				
2^n				
$n!$				

3. [*] Dane są dwa algorytmy sortujące ciągi n -elementowe: *BubbleSort* działający w czasie $\frac{1}{2}n^2$ i *MergeSort* działający w czasie $2n \log n$. Dla danych jakiego rozmiaru *BubbleSort* jest szybszy niż *MergeSort*? Jak można połączyć te algorytmy, by przyspieszyć sortowanie?

4. Niech dane będą funkcje $f, g : \mathbf{N} \mapsto \mathbf{R}_+$. Korzystając z podstawowej definicji notacji Θ (przypomnij ją), udowodnij:

- (a) [*] $\max(f(n), g(n)) \in \Theta(f(n) + g(n))$;
 (b) [*] $\min(f(n), g(n)) \in \Theta\left(\frac{f(n)g(n)}{f(n)+g(n)}\right)$;

5. [*] Pokaż, że dla dowolnych stałych $a, b, c \in \mathbf{R}_+$ zachodzi $(an + b)^c \in \Theta(n^c)$.
6. [*] Czy $2^{n+1} \in O(2^n)$? A czy $2^{2n} \in O(2^n)$?
7. [*] Czy $\log \sqrt{n} \in \Omega(\log n)$? A czy $\log \sqrt[n]{n} \in \Omega(\log n)$?
8. [*] Udowodnij, że $\log n! \in \Theta(n \log n)$.
9. [*] Pokaż, że funkcja $|n^2 \cdot \sin \frac{n\pi}{2}|$ nie należy ani do $O(n)$ ani do $\Omega(n)$.
10. [*] Korzystając z definicji o i ω pokaż, że funkcja $5n^2 + 3n$ należy do $o(n^3)$, ale nie należy do $\omega(n^3)$.