Logika dla informatyków

Lista zadań na ćwiczenia

7 października 1999

Jeśli nie zaznaczono inaczej, każde zadanie jest warte 1 pkt.

Zadania 1–4. W poniższych zadaniach sprawdź, które z poniższych formuł są (a) tautologiami, (b) formułami spełnialnymi, (c) formułami sprzecznymi:

1. $(p \vee q \vee r) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow ((q \vee r) \wedge \neg p))$
2. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \Leftrightarrow p)$
3. $((p \vee q) \Rightarrow r) \Rightarrow ((p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r))$
4. $((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)) \Rightarrow ((p \wedge s) \Rightarrow (q \vee r))$

Zadania 5–8. Zaneguj formuły z zadań 1–4 i — korzystając z praw de Morgana — przekształć je do takiej postaci, że negacja występuje jedynie przed zmiennymi zdaniowymi.

Zadanie 9. Oto fragment raportu policji sporządzony przez młodego aspiranta:

> *Świadek nie był zastraszony lub też, jeśli Henry popełnił samobójstwo, to testament odnaleziono. Jeśli świadek był zastraszony, to Henry nie popełnił samobójstwa. Jeśli testament odnaleziono, to Henry popełnił samobójstwo. Jeśli Henry nie popełnił samobójstwa, to testament odnaleziono.*

Co komendant policji może wywnioskować z powyższego raportu (poza oczywiastym faktem, że należy zwolnić aspiranta)? Odpowiedz na pytania: „*Czy świadek był zastraszony? Czy Henry popełnił samobójstwo? Czy testament odnaleziono?*”

Zadanie 10. Podczas pewnej kampanii wyborczej Olek, Józek i Kazik wygłosili następujące oświadczenia:

> Olek: *Józek zawsze kłamie.*
>
> Józek: *Kazik zawsze kłamie.*
>
> Kazik: *Olek zawsze kłamie.*

Pokaż że co najmniej dwóch spośród nich nie miało racji.

Zadanie 11. Pokaż że $\{\vee, \wedge\}$ nie jest zupełny.

Zadanie 12. Pokaż że $\{\Rightarrow, \bot\}$ jest zupełny.

Zadanie 13. Pokaż że $\{\wedge, \neg\}$ jest zupełny.

Zadanie 14. Pokaż że istnieje binarny spójnik $\uparrow$, taki że $\{\uparrow\}$ jest zupełny.