Algorytmy i Struktury Danych

Kolokwium "Połówkowe" - 25.04.05

Numer indeksu:

1	2	3	4	5	6	7	Σ

1. Podaj znane Ci przykłady dolnych granic na złożoność problemów. Napisz w jakim modelu obliczeń jest ta granica; jaką metoda dowodzenia została zastosowana. Postaraj się zachować precyzję i zwięzłość sformułowań (jak w przykładzie poniżej). Jeśli jednak przytaczasz przykład nie podany na wykładzie, podaj więcej szczegółów, tak by można było ocenić prawdziwość Twej odpowiedzi.

   Przykład: Sortowanie - model drzew decyzyjnych - granica $\Omega(n \log n)$ - argumentacja teorio-informacyjna.

2. Narysuj lub opisz najmniejsze (pod względem liczby wierzchołków) drzewo AVL, które może wymagać przywracania równowagi na trzech poziomach po wykonaniu operacji usunięcia wierzchołka. Uzasadnij swoje rozwiązanie.

3. Oszacuj z dokładnością do Θ złożoność poniższego fragmentu algorytmu:

$x \leftarrow 0$
for $i \leftarrow 2$ **to** n **do**
    $j \leftarrow i$
    while $odd(j)$ **do**
        $x \leftarrow x + P(i, j, n)$
        $j \leftarrow j$ **div** 2

przy założeniu, że koszt wywołania funkcji $P(a, b, c)$ wynosi $\Theta(c)$.

4. Rozważmy trzy wersje algorytmu *Quicksort*:
(A) jako element dzielący wybieramy pierwszy element tablicy;
(B) element dzielący wybierany jest losowo spośród elementów tablicy;
(C) element dzielący wybierany jest jako mediana trzech losowo wybranych elementów tablicy.

Jaka jest różnica w złożoności tych algorytmów? Rozważ złożoność najgorszego przypadku oraz średnią.

5. Mówimy, że sieć przełączników realizuje przesunięcie cykliczne o k, jeśli wartość z i-tego wejścia jest przesyłana na wyjście $i + k \bmod n$, gdzie $i = 1, \ldots, n$, a n jest liczbą wejść. Oblicz (z dokładnością do Θ) głębokość najpłytszej sieci przełączników realizującej wszystkie przesunięcia cykliczne?

6. Zapisz w Pseudokodzie algorytm znajdowania k-tego co do wielkości elementu ciągu oparty na procedurze partition. Jaka jest jego złożoność?

7. Rozważ następującą ideę uogólnienia na R^3 algorytmu znajdowania pary najbliżej położonych punktów.

   Dzielimy przestrzeń płaszczyzną L na dwie podprzestrzenie zawierające mniej więcej po połowie punktów. Rozwiązujemy problem rekurencyjnie w każdej z podprzestrzeni. Niech d będzie odległością tak znalezionych najbliżej położonych punktów. Teraz rozpatrujemy pary składające się z punktów leżących w odległości nie większej niż d od L.....

   Czy w oparciu o tę ideę ma szansę powstać szybki algorytm?

Kolokwium Połówkowe
część II

1. Dany jest zbiór liczb rzeczywistych $C = \{c_1, \ldots, c_n\}$. Podaj algorytm znajdujący drzewo trzyarne T (tj. takie, w którym każdy wierzchołek wewnętrzny ma co najwyżej trzech synów) o n liściach i bijekcję $f : C \to$ zbiór liści drzewa T, które minimalizują wartość

$$\sum_{v \text{ - liść } T} f(v) \cdot d(v),$$

gdzie $d(v)$ jest głębokością liścia v. Udowodnij poprawność algorytmu i oszacuj jego złożoność.

Uwaga: Algorytm (nawet poprawny) bez dowodu poprawności nie będzie oceniany

2. Niech $A = \{a, b, c\}$ będzie zbiorem na którym określone jest działanie binarne $\otimes$. Ułóż algorytm rozwiązujący poniższy problem.

Dane są:

- wyrażenie σ złożone z n elementów zbioru A poprzedzielanych znakiem $\otimes$,
- tabelka działania $\otimes$,
- $k \in A$.

Zadanie polega na znalezieniu takiego nawiasowana wyrażenia σ, w wyniku którego będzie ono miało wartość k i liczba wykonanych działań $k \otimes k$ będzie minimalna. Oszacuj złożoność swego algorytmu i uzasadnij jego poprawność.