Równania i nierówności liniowe
Zagadnienia egzaminacyjne

1. Podstawowe własności układów równań i nierówności liniowych, zależność zbioru rozwiązań układów $A\vec{x} = \vec{b}$ i $A\vec{x} = \vec{0}$ (i odpowiednio $A\vec{x} \geqslant \vec{b}$ oraz $A\vec{x} = \vec{0}$ i $A\vec{x} \geqslant \vec{0}$).

2. Wzory Cramera, wyprowadzenie, rozwiązywanie układu równań za pomocą wzorów Cramera w różnych sytuacjach.

3. Sprowadzanie macierzy do równoważnej wierszowo macierzy trójkątnej (metoda eliminacji Gaussa): algorytm, jego złożoność i własności, zastosowania.

4. Algorytmy wykorzystujące metodę eliminacji Gaussa: badanie liniowej niezależności wektorów, znajdowanie bazy, obliczanie wyznacznika, rozwiązywanie układów równań liniowych, badanie równoważności układów równań liniowych.

5. Mnożenie macierzy: naturalny algorytm mnożenia macierzy i jego złożoność, algorytm Strassena, jego poprawność i złożoność (wraz z dowodem).

6. Rozkład LUP. Algorytm znajdujący rozkład LUP i jego złożoność. Zastosowania rozkładu LUP.

7. Zadania równoważne mnożeniu macierzy: odwracanie macierzy (dowolnych i trójkątnych), rozwiązywanie układów równań liniowych. Algorytmy świadczące o równoważności.

8. Programy liniowe, algorytm Strassena (pełny) jako przykład programu liniowego.

9. Twierdzenie o liczbie mnożeń wymaganej do wymnożenia macierzy przez wektor i dwóch macierzy (dowody).

10. Problemy wielomianowe: dwie definicje i ich równoważność.

11. Problemy **NP**-zupełne i związana z nimi teoria: przechodniość wielomianowej redukowalności, podstawowa metoda dowodzenia **NP**-trudności, problem **P**=**NP**, własności problemów **NP**-zupełnych w zależności od rozstrzygnięcia problemu **P**=**NP**.

12. Problemy silnie **NP**-zupełne i związana z nimi teoria: algorytmy pseudowielomianowe, silna wielomianowa redukowalność, podstawowa metoda dowodzenia silnej **NP**-trudności, własności problemów **NP**-zupełnych w zależności od rozstrzygnięcia problemu **P**=**NP**.

13. Wielomianowość problemu niesprzeczności układu równań liniowych (o rozwiązaniach wymiernych), idea dowodu.

14. Silna **NP**-trudność problemu niesprzeczności układu diofantycznych równań liniowych, z dowodem.

15. **NP**-trudność problemu niesprzeczności układu złożonego z m diofantycznych równań liniowych, z dowodem.

16. Twierdzenie Papadimitriou i jego konsekwencje: należenie problemów niesprzeczności dla układów diofantycznych do klasy **NP** oraz

17. Pseudowielomianowy algorytm rozwiązujący problem niesprzeczności układu złożonego z m diofantycznych równań liniowych, z dowodem poprawności i pseudowielomianowości.