Równania i nierówności liniowe
(z punktu widzenia złożoności obliczeniowej)

Wykładowca: Antoni Kościelski

Wymagania: Algebra oraz Algorytmy i struktury danych lub Języki formalne i złożoność obliczeniowa.

Równania i nierówności liniowe kojarzą się zwykle z zadaniem polegającym na rozwiązaniu danego układu. Rozwiązaniem takiego zadania jest zbiór wszystkich n-ek liczb spełniających rozważany układ. Często interesuje nas także problem niesprzeczności danego układu. Wtedy wystarczy, jeżeli udzielimy odpowiedzi na pytanie, czy jest chociaż jedna n-ka liczb spełniająca ten układ.

Na wykładzie będą rozważane oba wspomniane zadania i to w różnych przypadkach. Te zadania mają różne własności w zależności np. od tego, czy rozwiązujemy dany układ w zbiorze liczb wymiernych, czy też w zbiorze liczb całkowitych lub naturalnych. Różnią się m.in. złożonością problemu. Np. problem niesprzeczności diofantycznych równań liniowych (o rozwiązaniach naturalnych) jest NP-zupełny, a problem niesprzeczności równań o rozwiązaniach całkowitych jest wielomianowy. Zostaną przedstawione różne algorytmy rozwiązujące wspomniane zadania (i podobne zadania, np. zadania programowania liniowego lub całkowitoliczbowego), a także zajmiemy się złożonością algorytmów rozwiązujących te zadania i samych zadań.

Zadania te mają wiele zastosowań praktycznych, w tym technicznych i ekonomicznych. Mają też znaczenie teoretyczne. Redukują się do nich inne problemy z informatyki teoretycznej.

Wykład będzie zawierał podstawowe wiadomości z algebry liniowej, w tym informacje o matematycznych metodach rozwiązywania równań liniowych.

Program wykładu:

Uzupełnienie wiadomości z algebry liniowej. Wzory Cramera. Złożoność algebraiczna. Związki zadania polegającego na rozwiązaniu układu równań liniowych z mnożeniem macierzy. Algorytm Strassena mnożenia macierzy. Pojęcie złożoności czasowej. NP-zupełność problemu niesprzeczności układu liniowych równań diofantycznych. Metoda redukcji bazy. Wielomianowość problemu niesprzeczności układu liniowych równań całkowitych. Wielomianowość zadania rozwiązania układu nierówności liniowych całkowitych o ograniczonej liczbie zmiennych. Programowanie liniowe. Metoda simpleks. Metoda elipsoid.

Literatura:

Martin Grötschel, László Lovász, Alexander Schrijver, Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization

Alfred. V. Aho, John. E. Hopcroft, Jeffrey. D. Ullman, Projektowanie i analiza algorytów komputerowych.