

Lista zadań nr 12 z rachunku lambda 3 czerwca 2019

- Zad. 1.** Ustal, jakie są najogólniejsze typy numerałów Churcha i Barendregta.
- Zad. 2.** Niech $E = \lambda xy. yx$. Mam nadzieję, że jest to znany term. Znajdź najogólniejszy typ tego termu. Jakie są najogólniejsze typy termów Ec_m i $Ec_m c_n$?
- Zad. 3.** Niech $F = \lambda abx. ba(ax)$. Znajdź najbardziej ogólny typ termu F . Odpowiedź uzasadnij.
- Zad. 4.** Oznaczmy symbolem **nat** typ $(\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha$ (literały Churcha są typu **nat**). Chcielibyśmy, aby term F z poprzedniego zadania był typu **nat** \rightarrow **nat** \rightarrow **nat**. Pokaż, że nie jest to możliwe, bez względu na to, co podstawimy za α w podanym typie, nie otrzymamy wyrażenia o którym można dowieść, że jest typem F .
- Zad. 5.** Niech $G = \lambda ax. aa(ax)$ (G reprezentuje funkcję $g(n) = n^{n+1}$). Zbadaj, czy G ma typ i znajdź najogólniejszy typ tego termu, jeżeli istnieje.
- Zad. 6.** Przyjmijmy, że **Nat** jest typem polimorficznym $\forall \alpha (\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha$. Pokaż (o termie G z adnotacjami), że w polimorficznym systemie $\lambda 2$

$$\vdash \lambda a^{\mathbf{Nat}} \lambda \alpha \lambda x^{\alpha \rightarrow \alpha}. a(\alpha \rightarrow \alpha) a\alpha (a\alpha x) : \mathbf{Nat} \rightarrow \mathbf{Nat}.$$

Proszę pamiętać, że składnia polimorficznego systemu typów nie została określona. Mam nadzieję, że jest wystarczająco jasna.

- Zad. 7.** Przypuśćmy, że termy M i N definiują w lambda rachunku funkcje naturalne (jednej zmiennej) i są typu **nat** \rightarrow **nat**. Pokaż, że suma i iloczyn funkcji definiowanych termami M i N też są definiowane w λ -rachunku termami typu **nat** \rightarrow **nat**.
- Zad. 8.** Pokaż, że funkcję Ackermanna można w λ -rachunku zdefiniować za pomocą termu, który (chyba) ma w polimorficznym systemie typ **Nat** \rightarrow **Nat** \rightarrow **Nat**. Nie widziałem rozwiązania, ale to zadanie nie wydaje się bardzo trudne.