Programowanie w Logice

Lista nr 4 z dnia 12 maja 2000.

Zadanie 1. Jeżeli $p(t_1, \ldots, t_n)$ jest stałą formułą atomową, $\mathcal{H}_I$ jest strukturą Herbranda spełniającą równoważność

$$(t_1, \ldots, t_n) \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow p(t_1, \ldots, t_n) \in I,$$

a h jest dowolnym wartościowaniem w tej strukturze, to następujące warunki są równoważne:

1. $\mathcal{H}_I \models p(t_1, \ldots, t_n)$,
2. $\mathcal{H}_I \models p(t_1, \ldots, t_n)[h]$,
3. $(t_1, \ldots, t_n) \in p^{\mathcal{H}_I}$,
4. $p(t_1, \ldots, t_n) \in I$.

Zadanie 2. Niech φ będzie formułą

$$\forall x\ \forall y\ \forall z\ (D(x,x) \wedge (\neg D(x,y) \vee \neg D(y,z) \vee D(x,z)) \wedge (P(x) \vee D(g(x),x)) \wedge$$

$$(P(x) \vee L(l,g(x))) \wedge (P(x) \vee L(g(x),x)) \wedge L(l,a) \wedge (\neg P(x) \vee \neg D(x,a)) \wedge$$

$$(\neg L(l,x) \vee \neg L(x,a) \vee P(f(x))) \wedge (\neg L(l,x) \vee \neg L(x,a) \vee D(f(x),x))).$$

Udowodnij, że formuła φ jest sprzeczna. Jaka jest treść tej formuły?

Zadanie 3. Zbadaj, czy następujące formuły są tautologiami (a przynajmniej sprowadź to zadanie to badanie sprzeczności odpowiednich formuł uniwersalnych)

1. $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x))$
2. $\exists x(A(x) \wedge B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \wedge \exists x B(x))$
3. $\forall x \forall y(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \forall y(\exists x A(x) \rightarrow B(y))$
4. $x = y \rightarrow (\forall x A(x)) \rightarrow (\forall x B(x))$