Programowanie w Logice

Lista nr 3 z dnia 12 kwietnia 2000.

Podstawienie π permutuje zmienne wtedy i tylko wtedy, gdy

1. $x\pi$ jest zmienną dla dowolnej zmiennej x,
2. $x\pi \neq y\pi$ dla każdej pary różnych zmiennych x i y.

Zadanie 1. Przypuśćmy, że π jest podstawieniem (a więc funkcją określoną w skończonym podzbiorze zbioru zmiennych) takim, że dla dowolnych różnych zmiennych x i y z dziedziny π wartość $\pi(x)$ jest zmienną i $\pi(x) \neq \pi(y)$. Wtedy dla dowolnego termu (lub atomu) t, w którym występują jedynie zmienne z dziedziny π, istnieje podstawienie π' permutujące zmienne takie, że $t\pi = t\pi'$.

Wariantem atomu B nazywamy dowolny atom postaci $B\pi$, gdzie π jest podstawieniem permutującym zmienne.

Zadanie 2. Przypuśćmy, że B i B' są wariantami pewnego atomu i nie występują w nich zmienne z atomu A. Atomy A i B są unifikowalne wtedy i tylko wtedy, gdy unifikowalne są atomy A i B'.

Zadanie 3. Niech P będzie dowolnym programem. Przypuśćmy, że każdemu celowi N przyporządkowaliśmy jeden z jego atomów $a(N)$ i klauzulę programową $p(N) \in P$. Zakładamy, że jeżeli N' jest wariantem celu N, to $a(N') = a(N)$ oraz $p(N') = p(N)$. Będziemy rozważać *SLD*-wyprowadzenia, w którym każdy wyraz N zastępujemy rezolwentą otrzymaną przez zunifikowanie atomu $a(N)$ z wariantem klauzuli $p(N)$ (oczywiście, jeżeli jest to możliwe). Udowodnij, że jeżeli w opisany sposób z celu N można w n krokach wyprowadzić klauzule N' i N'', to N'' jest wariantem klauzuli N'. (Zadanie to można zinterpretować jako stwierdzenie, że jeżeli budując wyprowadzenia będziemy wybierać różne warianty klauzul programowych i będziemy w różny sposób unifikować atomy, to po odpowiadające sobie wyrazy takich wyprowadzeń mogą się różnić, ale róznice nie są istotne (oba takie wyrazy są swoimi wariantami)).

Zadanie 4. Udowodnij, że dla dowolnej struktury $\mathcal{A}$ i dla dowolnej formuły φ, w której występują jedynie zmienne z ciąg $\vec{x}$, następujące warunki są równoważne:

1. $\mathcal{A} \not\models \varphi$,
2. $\mathcal{A} \not\models \forall\vec{x}\varphi$,
3. $\mathcal{A} \models \exists\vec{x}\neg\varphi$.