Programowanie w Logice

Lista nr 2 z dnia 27 lutego 2000.

Zadanie 1. Dla każdej z poniższych par termów znajdź najogólniejszy unifikator (jeśli istnieje)

1. $f(a, g(y, b))$ $\quad f(x, y)$
2. $f(a, g(y, b))$ $\quad f(x, g(y, y))$
3. $h(f(y), w, g(z))$ $\quad h(u, v, u)$
4. $h(a, x, f(g(y)))$ $\quad h(z, k(z, w), f(w))$
5. $(x + y) + z$ $\quad x + (y + z)$
6. $(x + y) + z$ $\quad u + (y + v)$

Zadanie 2. Niech θ, σ, δ będą podstawieniami, niech ϵ będzie podstawieniem identycznościowym. Udowodnij, że:

- $\epsilon\theta = \theta\epsilon$
- dla dowolnego termu t zachodzi $(t\theta)\sigma = t(\theta\sigma)$
- $(\theta\sigma)\gamma = \theta(\sigma\gamma)$

Zadanie 3. Niech x będzie zmienną, a t - termem, w którym x nie występuje. Łatwo podać najogólniejszy unifikator pary (x, t). Udowodnij, że jest to najogólniejszy unifikator.

Zadanie 4. Udowodnij, że termy x i $f(x)$ nie są unifikowalne.

Zadanie 5. Niech t będzie termem, σ - podstawieniem i niech $|t|$ oznacza długość termu t. Udowodnij, że

1. $|t\sigma| \geq |t|$,
2. Jeżeli x jest zmienną występującą w t, to $|t\sigma| \geq |t| + |\sigma(x)| - 1$.

Zadanie 6. Udowodnij, że jeżeli θ_1 i θ_2 są najogólniejszymi unifikatorami pary (t, s), to $\theta_1 = \theta_2\pi$ dla pewnej podstawienia π permutującego zmienne.

Niech D będzie zbiorem par termów. Rozważmy następujący algorytm:

> $\theta :=$ **podstawienie identycznościowe;**
>
> $X := D$**;**
>
> **dopóki** $X \neq \emptyset$ **wykonuj:**
>
> > **wybierz** $(t, s) \in X$**;**
> >
> > **usuń** (t, s) **z** X**;**
> >
> > **jeżeli** t **i** s **zaczynają się różnymi symbolami i są to symbole funkcyjne lub stałe, to przerwij działanie algorytmu i przekaż, że** D **nie ma unifikatora;**
> >
> > **jeżeli** t **i** s **zaczynają się identycznymi symbolami i są to symbole funkcyjne lub stałe, oraz** $t = f(t_1, \ldots, t_n)$ **i** $s = f(s_1, \ldots, s_n)$**, to dodaj do** X **wszystkie pary** (t_i, s_i) **dla** $i = 1, \ldots, n$**;**
> >
> > **jeżeli** t **jest zmienną i występuje w** $s \neq t$**, to przerwij działanie algorytmu i przekaż, że** D **nie ma unifikatora (i analogicznie, jeżeli** s **jest zmienną);**
> >
> > **jeżeli** t **jest zmienną i** t **nie występuje w** s**, to wykonaj podstawienia** $\theta := \theta[t/s]$ **i** $X := X[t/s]$ **(i analogicznie, jeżeli** s **jest zmienną);**
>
> **zwróć** θ**.**

Zadanie 7. Udowodnij, że następujące własności są niezmiennikami pętli z powyższego algorytmu:

1. X nie ma unifikatora,
2. jeżeli τ unifikuje X, to $\theta\tau$ unifikuje D,
3. jeżeli σ unifikuje D, to $\sigma = \theta\tau$ dla pewnego podstawienia τ unifikującego X.

Zadanie 8. Udowodnij, że podany algorytm rozstrzyga, czy dany zbiór par termów D jest unifikowalny i jeżeli tak jest, to zwraca najogólniejszy unifikator zbioru D.

Zadanie 9. Oszacuj, ile razy jest wykonywana pętla w podanym algorytmie.