Kodowanie

Lista nr 7.

Zadanie 1. Zbadaj kod $K \subseteq Z_2^{14}[x] = Z_2^{15}$ generowany przez wielomian $g(x) = 1 + x + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$. Napisz dla kodu K algorytm korygujący.

Zadanie 2. Wykaż, że przekrój dwóch kodów cyklicznych $\subseteq F^n$ jest kodem cyklicznym. Znajdź generator przekroju kodów o znanych generatorach.

Zadanie 3. Niech K będzie kodem. Zdefiniujmy

$$K_3 = \{(a_1, b_1, c_1, \dots, a_n, b_n, c_n) : (a_1, \dots, a_n), (b_1, \dots, b_n), (c_1, \dots, c_n) \in K\}.$$

Udowodnij, że jeżeli K jest kodem cyklicznym, to K_3 też jest kodem cyklicznym. Wyraź generator K_3 przez generator K. Pokaż, że jeżeli K koryguje „pęknięcia" długości l, to K_3 koryguje „pęknięcia" długości $3 \cdot l$. Co zostanie prawdą, jeżeli 3 zastąpimy przez m.

Zadanie 4. Porównaj różne sposoby korygowania błędów dla binarnego kodu cyklicznego długości 7 generowanego przez wielomian $g(x) = (1 + x^2 + x^3)(1 + x)$.

Zadanie 5. Udowodnij, że każdy kod binarny długości n, wymiaru m, korygujący 2 błędy taki, że $n \geqslant 2 \cdot m$ może być korygowany przez „error-trapping" algorytm. Czy jest to prawdą w przypadku $n < 2 \cdot m$?

Zadanie 6. Zmodyfikuj algorytm „error-trapping" tak, aby korygował błędy w przypadku binarnego kodu długości 31, generowanego przez wielomian $g(x) = x^{10}+x^9+x^8+x^6+x^5+x^3+1$.

Antoni Kościelski, 3 stycznia 2001 roku