Kodowanie

Lista nr 6.

Zadanie 1. Zaproponuj implementację podanego na wykładzie algorytmu korygującego błędy dla kodu $\mathcal{R}(r, m)$.

Zadanie 2. Rozłóż wielomian $x^7 - 1$ na iloczyn wielomianów nierozkładalnych nad ciałem Z_2. Znajdź wszystkie cykliczne kody zawarte w Z_2^7. Ustal, jakie to są kody (jest wśród nich kod Hamminga i kod dualny do kodu Hamminga).

Siecią z shift-registers nazywamy graf skierowany z węzłami następujących rodzajów:

1. etykietowanymi symbolem +, o dwóch krawędziach wejściowych i jedną wyjściową,
2. etykietowanymi elementem ciała, o jednej krawędzi wejściowej i jednej wyjściowej,
3. wejściowym, z jedną krawędzią wyjściową,
4. wyjściowym, z jedną krawędzią wejściową,
5. z węzłami „rozgałęziającymi”, z jedną krawędzią wejściową i dwoma krawędziami wyjściowymi,
6. z węzłami „warunkowymi”, z dwoma krawędziami wejściowymi i jedną wyjściową,
7. z wezłami z shift-registers, z jedną krawędzią wejściową i jedną wyjściową.

Przez taką sieć jest przesyłana informacja będąca elementem ustalonego ciała skończonego. W jednym kroku informacja pojawia się w węźle wejściowym i przepływa do węzła wyjściowego. Po drodze może ulegać przekształceniu. Jeżeli do węzła etykietowanego + docierają informacje a i b, to węzeł ten opuszcza suma $a+b$. Węzły etykietowane elementem ciała mnożą informację przez ten element. Węzeł rozgałęziający powoduje przesłanie informacji docierającej do węzła krawędziami wyjściowymi bez wprowadzania jakichkolwiek zmian. Węzły warunkowe, zależnie od numeru kroku, przepuszczają jedną z dwóch dopływających informacji (ewentualnie przepuszczają informację dopływającą lub wysyłają 0). Shift-registers przechowują informację o jednym elemencie ciała. Na początku przechowują 0. Później, po dotarciu do nich kolejnej informacji, przesyłają krawędzią wyjściową informację pamiętaną i zapamiętują informację, która dotarła do nich krawędzią wejściową.

Zadanie 3. Udowodnij, że sieć

po wprowadzeniu do niej współczynników $a_0, a_1, a_2, a_3, 0, 0, 0$ (najpierw a_0, później a_1, itd., a na końcu 0) wielomianu $p(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3$ zwraca współczynniki $b_0, \ldots, b_6$ wielomianu $p(x) \cdot (1 + x^2 + x^3)$ (najpierw wyraz wolny b_0, a na końcu współczynnik b_6 przy najwyższej potędze).

Zadanie 4. Sieci z shift-registers mogą być uważane za opis pewnych algorytmów. Zaproponuj sposób tworzenia programów symulujących działanie takich sieci.

Zadanie 5. Podaj sieci, które wykonują mnożenie i dzielenie przez ustalony wielomian.

Antoni Kościelski, 12 grudnia 2000 roku