Kodowanie

Lista nr 1.

Zadanie 1. Zbadaj, czy następujące zbiory są kodami lub kodami przedrostkowymi

1. $K_1 = \{01, 011, 10, 1000, 1100, 0111\}$,
2. $K_2 = \{1010, 001, 101, 0001, 1101, 1011\}$,
3. $K_3 = \{aa, aabab, abbbbb, ababa, abbaa, babba, bbbab, aaaabb, aaaaba, aaaaab\}$,
4. $K_4 = \{001, 1001, 0010, 1110, 1010, 01110, 0101\}$,
5. $K_5 = \{00, 10, 011, 101, 111, 110, 010\}$.

Wskazówka: w niektórych przypadkach można znaleźć odpowiedź posługując się nierównością Krafta.

Zadanie 2. Udowodnij, że jeżeli liczby $d_1, \ldots, d_n$ spełniają nierówność Krafta, to istnieje n-elementowy kod przedrostkowy, którego i-te słowo kodowe ma długość d_i dla $i = 1, \ldots, n$.

Zadanie 3. Skonstruuj kody przedrostkowe ze słowami o długościach 2,4,7,7,3,4,7,7,3,4,7,7 oraz ze słowami o długościach 1,3,3,3,3,2,2,2,2,2.

Zadanie 4. Udowodnij, że odległość Hamminga spełnia nierówność trójkąta.

Zadanie 5. Udowodnij, że jeżeli $x, y, z \in \{0,1\}^n$ i $d(x, y)$ jest odległością Hamminga słów x i y, to $d(x, y) = d(x + z, y + z)$.

Zadanie 6. Udowodnij, że następujące warunki są równoważne:

1. kod K pozwala wykrywać $\leqslant e$ błędów,
2. $\forall x, y \in K \; x \neq y \longrightarrow d(x, y) > e$,
3. $\forall x, y \in K \; x \neq y \longrightarrow x \notin S_e(y)$.

Zadanie 7. Udowodnij, że następujące warunki są równoważne:

1. kod K pozwala korygować $\leqslant e$ błędów,
2. $\forall x, y \in K \; x \neq y \longrightarrow d(x, y) > 2 \cdot e$.

Antoni Kościelski, 4 października 2000 roku