

# Programowanie (M)

## Lista zadań nr 3

Na ćwiczenia 27 marca 2013

**Zadanie 1 (1 pkt).** Zadać semantykę naturalną instrukcji

`repeat  $S$  until  $b$`

(o intuicyjnej semantyce: powtarzaj instrukcję  $S$  aż warunek  $b$  będzie spełniony). Otrzymane reguły nie mogą odwoływać się do instrukcji `while`. Udowodnij, że instrukcje `repeat  $S$  until  $b$`  oraz  `$S$ ; while  $\neg b$  do  $S$`  są semantycznie równoważne.

**Zadanie 2 (1 pkt).** Przypomnijmy definicję równoważności instrukcji języka **While** generowaną przez semantykę naturalną:  $S_1 \sim S_2$ , jeżeli  $\langle S_1, s \rangle \rightarrow s'$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $\langle S_2, s \rangle \rightarrow s'$  dla wszystkich  $s$  i  $s'$ .

1. Udowodnij, że  $\sim$  jest kongruencją.
2. Powiemy, że instrukcje  $S_1$  i  $S_2$  są obserwacyjnie (kontekstowo) równoważne  $S_1 \cong S_2$ , gdy dla każdego kontekstu  $C[\ ]$  oraz stanu  $s$ :  $\langle C[S_1], s \rangle \downarrow$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $\langle C[S_2], s \rangle \downarrow$ . Notacja  $\langle S, s \rangle \downarrow$  oznacza, że istnieje  $s'$  taki, że  $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$ .

Udowodnij, że  $S_1 \sim S_2$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $S_1 \cong S_2$ .

**Zadanie 3 (1 pkt).** Zadać semantykę naturalną instrukcji

`for  $x := a_1$  to  $a_2$  do  $S$`

(o intuicyjnej, celowo niesprecyzowanej, semantyce: powtarzaj  $S$  dla  $x$  od wartości  $a_1$  do wartości  $a_2$ ) jako cukier syntaktyczny w języku **While**. Zdefiniuj odpowiednią operację odcukrzania.

**Zadanie 4 (1 pkt).** Oto fragment koindukcyjnej definicji relacji  $\langle S, s \rangle \uparrow$ , która opisuje nieskończone wykonanie programów:

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \uparrow}{\langle S_1; S_2, s \rangle \uparrow} \quad \frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle S_2, s' \rangle \uparrow}{\langle S_1; S_2, s \rangle \uparrow}$$

Uzupełnij tę definicję o brakujące reguły, a następnie:

1. udowodnij, że  $\langle \text{while true do skip}, s \rangle \uparrow$  dla dowolnego  $s$ .
2. udowodnij, że jeżeli  $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$ , to nie zachodzi  $\langle S, s \rangle \uparrow$ .

**Zadanie 5 (1 pkt).** Udowodnij, że relacja  $\Rightarrow$ , która definiuje strukturalną semantykę operacyjną języka **While** jest deterministyczna. Następnie pokaż, że dla dowolnych  $S, s, s'$  i  $s''$ , jeżeli  $\langle S, s \rangle \Rightarrow^* s'$  oraz  $\langle S, s \rangle \Rightarrow^* s''$ , to  $s' = s''$ .

**Zadanie 6 (1 pkt).** Udowodnij, że dla języka **While**,  $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$  zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy  $\langle S, s \rangle \Rightarrow^* s'$ .

**Zadanie 7 (1 pkt).** Rozważmy język **While** rozszerzony o wyjątki. Niech **Exc** będzie (bliżej niezdefiniowaną) kategorią syntaktyczną nazw wyjątków, z metazmienną  $e$ . Rozszerzamy składnię abstrakcyjną o instrukcje rzucania wyjątków (**throw**  $e$ ) oraz ich obsługi (**try**  $S$  **catch**  $\{e_1 : S_1 \dots e_n : S_n\}$ ,  $n \geq 0$ ):

$$S ::= \dots \mid \text{throw } e \mid \text{try } S \text{ catch } \{e_1 : S_1 \dots e_n : S_n\}$$

Wykonanie instrukcji **try**  $S$  **catch**  $\{e_1 : S_1 \dots e_n : S_n\}$  polega na wykonaniu instrukcji  $S$ , a następnie na zareagowaniu na wynik tego wykonania: jeżeli  $S$  nie zgłasza nieobsłużonych wyjątków, to wynik jej wykonania jest wynikiem wykonania całej instrukcji **try**; jeżeli  $S$  zgłasza nieobsłużony dotąd wyjątek  $e_i$ , to zostaje on przechwycony i wykonana zostaje odpowiadająca mu instrukcja  $S_i$  obsługująca go; jeżeli zgłoszonego wyjątku nie ma na liście obsługiwanych wyjątków, to jest on propagowany. Rzucony w wyniku wykonania instrukcji **throw**  $e$  wyjątek  $e$  powoduje zignorowanie wszystkich pozostałych do wykonania instrukcji aż do najbliższej (w sensie zagnieżdżenia) instrukcji obsługującej  $e$ , o ile taka występuje.

Zadaj semantykę naturalną oraz zgodną z nią strukturalną semantykę operacyjną języka **While** z wyjątkami.

**Zadanie 8 (1 pkt).** Rozszerzamy język **While** o instrukcję  $\text{random}(x)$ , której wykonanie powoduje przypisanie zmiennej  $x$  dowolnej, niedeterministycznie wygenerowanej, liczby naturalnej. Zadać semantykę naturalną oraz zgodną z nią strukturalną semantykę operacyjną tej instrukcji.

Założmy teraz, że w języku **While** występuje instrukcja niedeterministycznego wyboru  $S_1$  or  $S_2$  z wykładu. Zaproponuj taką instrukcję  $S$ , że  $\langle \text{random}(x), s \rangle \rightarrow s'$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$ , dla wszystkich  $s$  i  $s'$ . Czy powinniśmy w takim przypadku uznać, że instrukcje te są semantycznie równoważne?

**Zadanie 9 (1 pkt).** Rozszerzamy język **While** o instrukcję niedeterministycznego wyboru  $S_1$  or  $S_2$  z wykładu. Udowodnij, że jeżeli  $\mathcal{S}_{SOS} \llbracket S \rrbracket s$  jest zbiorem nieskończonym, to  $\perp \in \mathcal{S}_{SOS} \llbracket S \rrbracket s$ , gdzie

$$\mathcal{S}_{SOS} \llbracket S \rrbracket s = \{s' : \langle S, s \rangle \Rightarrow^* s'\} \cup \begin{cases} \{\perp\}, & \text{gdy } \langle S, s \rangle \Uparrow \\ \emptyset, & \text{w p. p.} \end{cases}$$

$\langle S, s \rangle \Uparrow$  oznacza, że w SOS istnieje nieskończony ciąg wyprowadzenia dla konfiguracji  $\langle S, s \rangle$ .