

Programowanie (M) 2013

Lista zadań nr 2

Na ćwiczenia 13 marca 2013

Zadanie 1 (1 pkt). Rozwiąż zadanie 1.12 z podręcznika [NN]. Czy masz pomysł na podobne twierdzenie dla instrukcji?

Zadanie 2 (1 pkt). Rozwiąż zadanie 1.14 z podręcznika [NN].

Zadanie 3 (1 pkt). Dany jest następujący program P w języku **While**:

$$y := 1; \text{while } \neg(x = 0) \text{ do } (y := y * z; x := x - 1)$$

Pokaż, że jeżeli $\langle P, s \rangle \rightarrow s'$, to $s'(y) = s(z)^{s(x)}$.

Zadanie 4 (1 pkt). Rozważmy program E napisany w języku **While**:

$$\text{while } \neg(m = n) \text{ do if } m \leq n \text{ then } n := n - m \text{ else } m := m - n$$

Udowodnij, że $\forall s. s(m) \geq 1 \wedge s(n) \geq 1 \Rightarrow \exists s'. \langle E, s \rangle \rightarrow s'$.

Zadanie 5 (1 pkt). Udowodnij, że jeżeli $s(x) < 0$ oraz $x \notin \text{Write}(S)$ (gdzie $\text{Write}(S)$ jest zbiorem zmiennych, które występują po lewej stronie instrukcji przypisania w S), to nie istnieje s' takie, że

$$\langle \text{while } \neg(x = 0) \text{ do } (S; x := x - 1), s \rangle \rightarrow s'.$$

Zadanie 6 (1 pkt). Niech $W \equiv \text{while } b \text{ do } S$. Udowodnij, że $\langle W, s \rangle \rightarrow s'$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathcal{B}[b]s = \text{ff} \wedge s = s'$ lub $\exists s_0, \dots, s_n. s = s_0 \wedge s' = s_n \wedge \mathcal{B}[b]s_n = \text{ff} \wedge (\forall 0 \leq i < n. \mathcal{B}[b]s_i = \text{tt} \wedge \langle S, s_i \rangle \rightarrow s_{i+1})$.

Zadanie 7 (1 pkt). Na wykładzie zdefiniowaliśmy semantykę wyrażeń denotacyjnie, definiując odpowiednie funkcje $\mathcal{A} : \mathbf{Aexp} \rightarrow \mathbf{State} \rightarrow \mathbb{Z}$ oraz $\mathcal{B} : \mathbf{Bexp} \rightarrow \mathbf{State} \rightarrow \mathbb{T}$ indukcyjnie względem struktury wyrażenia. Jednakże, nic nie stoi na przeszkodzie by semantykę wyrażeń zdefiniować operacyjnie. Zaproponuj reguły definiujące semantykę naturalną wyrażeń arytmetycznych oraz logicznych, tzn. zdefiniuj indukcyjnie relacje $\langle a, s \rangle \rightarrow z$ oraz $\langle b, s \rangle \rightarrow t$ w taki sposób, by

- $\langle a, s \rangle \rightarrow z$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathcal{A}[\![a]\!]s = z$
- $\langle b, s \rangle \rightarrow t$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathcal{B}[\![b]\!]s = t$

i udowodnij, że tak jest w istocie.

Zmodyfikuj semantykę naturalną instrukcji by korzystała z semantyki operacyjnej wyrażeń i udowodnij, że ta modyfikacja nie zmienia semantyki instrukcji w stosunku do tej oryginalnej, korzystającej z denotacyjnej semantyki wyrażeń, tzn., że sąd $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$ jest wyprowadzalny w jednym systemie wtedy i tylko wtedy, gdy jest wyprowadzalny w drugim.

Zadanie 8 (1 pkt). Rozszerzmy składnię wyrażeń arytmetycznych języka **While** o wyrażenie postaci

$$S \text{ result is } a$$

Obliczenie wartości takiego wyrażenia polega na wykonaniu instrukcji S , a następnie na obliczeniu wartości wyrażenia a w być może zmienionym przez wykonanie instrukcji S stanie.

Zadaj semantykę naturalną wyrażeń arytmetycznych, logicznych i instrukcji tak zmodyfikowanego języka **While**. Zdefiniuj odpowiednie funkcje semantyczne na bazie zadanej semantyki naturalnej.

Zadanie 9 (1 pkt). Rozwiąż zadanie 6 z listy zadań nr 1. Do rozwiązania podpunktu 2. w tym zadaniu, sformułuj najpierw zasadę indukcji wzajemnej wynikającą z definicji indukcyjnej opisującej parser ($s F \leftrightarrow t A$, $s G \leftrightarrow t A$, itd.). Do rozwiązania podpunktu 4., sformułuj najpierw zasadę indukcji wzajemnej wynikającą z definicji indukcyjnej opisującej gramatykę konkretną formuł logiki zdań ($s F$, $s G$, itd.).