

Programowanie (M)

Lista zadań nr 7

Na ćwiczenia 22 i 24 maja 2012

Zadanie 1 (1 pkt). Używając reguł Hoare'a, udowodnij poprawność następujących asercji częściowej poprawności instrukcji:

1. $\{y \geq 0\} v := 0; z := 1; \text{while } z \leq y \text{ do } (v := v + x; z := z + 1) \{v = x * y\}$,
2. $\{z = n \wedge n \geq 0\} x := 1; y := 1; \text{while } z > 0 \text{ do } (y := x + y; x := y - x; z := z - 1) \{x = F_n\}$,
gdzie F_n oznacza n -ty wyraz ciągu Fibonacciego ($F_0 = F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ dla $n \in \mathbb{N}$).

W obu przypadkach przedstaw odpowiednie drzewo dowodu oraz odpowiadający mu program z anotacjami.

Zadanie 2 (1 pkt). Udowodnij poprawność systemu asercji częściowej poprawności programów języka **While**, tzn. pokaż, że jeżeli zachodzi $\vdash_p \{P\}S\{Q\}$, to zachodzi $\models_p \{P\}S\{Q\}$.

Zadanie 3 (1 pkt). Udowodnij pełność systemu asercji częściowej poprawności programów języka **While**, tzn. pokaż, że jeżeli zachodzi $\models_p \{P\}S\{Q\}$, to zachodzi $\vdash_p \{P\}S\{Q\}$.

Zadanie 4 (1 pkt). Bez odwoływania się do twierdzenia o pełności systemu reguł Hoare'a, pokaż, że:

1. $\vdash_p \{P\} \text{while true do skip } \{Q\}$, dla dowolnych asercji P i Q
2. $\vdash_p \{\text{false}\} S \{Q\}$, dla dowolnej instrukcji S oraz asercji Q
3. $\vdash_p \{P\} S \{\text{true}\}$, dla dowolnej instrukcji S oraz asercji P .

Zadanie 5 (1 pkt). Zaproponuj regułę Hoare'a częściowej poprawności instrukcji **repeat** S **until** b . Udowodnij poprawność Twojej reguły ze względu na semantykę naturalną instrukcji **repeat** S **until** b .

Zadanie 6 (1 pkt). Używając reguł Hoare'a, udowodnij poprawność następujących asercji całkowitej poprawności instrukcji:

1. $\{y \geq 0\} v := 0; z := 1; \text{while } z \leq y \text{ do } (v := v + x; z := z + 1) \{\Downarrow v = x * y\}$,
2. $\{z = n \wedge n \geq 0\} x := 1; y := 1; \text{while } z > 0 \text{ do } (y := x + y; x := y - x; z := z - 1) \{\Downarrow x = F_n\}$,
gdzie F_n oznacza n -ty wyraz ciągu Fibonacciego ($F_0 = F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ dla $n \in \mathbb{N}$).

W obu przypadkach przedstaw odpowiednie drzewo dowodu oraz odpowiadający mu program z anotacjami.