Ponieważ w zasadzie jeszcze nie doszliśmy do rzeczy ciekawszych, to ta lista jest raczej krótka i nie za bardzo ciekawa. Rzeczy ważne i trudne nastąpią później. Listę będziemy rozwiązywać na repetytorium, dokładna forma zostanie opracowana później.

Zadanie 1

Rzucamy monetą symetryczną aż do czasu pojawienia się pierwszego orła. określ przestrzeń zdarzeń elementarnych, ich prawdopodobieństwo. Jaka jest szansa, że będziemy rzucać w nieskonczoność? Jaka jest szansa, że liczba rzutów będzie podzielna przez 2 (przez 3? przez m?)?

Zadanie 2

jaka jest szansa uzyskania "do ręki"w pokerze poszczególnych figur pokerowych (gramy przy użyciu 52 kart)?

Zadanie 3

Rzucamy symetryczna monetą 2006 razy. Jaka jest szansa, że wylosujemy nieparzystą ilość orłów? A jeśli rzucamy 2006 razy?

Zadanie 4

Udowodnij, że

$$\mathbb{P}[A \cap B] \geqslant \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B] - 1.$$

Zadanie 5

Znajdź przykład zdarzeń A, B, C, które nie są niezależne, ale

$$\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = \mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[B] \cdot \mathbb{P}[C].$$

Zadanie 6

Wrzucamy n kulek losowo do n komórek. Jaka jest szansa, że dokładnie jedna komórka jest pusta?

Zadanie 7

Wybieramy losowo (z równym prawdopodobieństwem) ciąg bitowy długości n. Niech A oznacza zderzenie, iż w danym ciągu jest najwyżej jeden bit równy 1 a B oznacza zdarzenie, że w danym ciągu jest zarówno bit równy 1 jak i bit równy 0. Czy A oraz B są niezależne? Spróbuj odpowiedzieć na to pytanie "intuicyjnieą dopiero potem wykonaj rachunki.

Zadanie 8

Niech A będzie zdarzeniem losowym. Definiujemy

$$A^1 := A$$

$$A^{-1} := A'$$

Gdzie A' oznacza dopełnienie A.

miech $A_1, \ldots A_n$ będą zdarzeniami. Pokaż, że następujące warunki są równoważne:

(1) $A_1, \ldots, A_n$ są niezależne,
(2) dla każdego ciągu $(\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n) \in \{-1, 1\}^n$ zdarzenia $A_1^{\epsilon_1}, \ldots, A_N^{\epsilon_n}$ są niezależne,
(3) dla każdego ciągu $(\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n) \in \{-1, 1\}^n$ zachodzi

$$\mathbb{P}[A_1^{\epsilon_1} \cap \ldots \cap A_n^{\epsilon_n}] = \mathbb{P}[A_1^{\epsilon_1}] \cdot \ldots \cdot \mathbb{P}[A_n^{\epsilon_n}].$$

Zadanie 9

Pokaż, że wylosowanie ze standardowej talii 52 kart asa oraz wylosowanie karty czerwonej (tj. kier lub karo) są zdarzeniami niezależnymi.

Zadanie 10

Niech $A \cup B = \Omega$ oraz A, B są niezależne. Pokaż, że $\mathbb{P}[A] = 1$ lub $\mathbb{P}[B] = 1$.