

Kody korekcyjne: Lista 7

13 listopada 2019

Zadanie 1. Pokaż, że jeśli $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in \mathbb{F}_{q^m}$ są liniowo zależne (nad \mathbb{F}_q), to funkcja

$$\Phi : \mathbb{F}_{q^m} \rightarrow \mathbb{F}_q^m, \quad \Phi = (\Phi_1, \dots, \Phi_m), \quad \Phi_i(\alpha) = \text{tr}(\lambda_i \alpha)$$

nie jest bijekcją.

Zadanie 2. Pokaż, że dla $0 \neq \lambda \in \mathbb{F}_{q^m}$ funkcja

$$f_\lambda : \mathbb{F}_{q^m} \rightarrow \mathbb{F}_q \quad f_\lambda(X) = \text{tr}(\lambda X)$$

jest funkcją q^{m-1} -na 1, tzn. przeciwobraz każdej wartości w \mathbb{F}_q ma moc q^{m-1} .

Zadanie 3. Pokaż, że funkcja

$$r \mapsto q^m - (q-t)q^{m-s-1},$$

gdzie $r = s(q-1) + t$ dla $0 \leq t < q-1$, jest rosnąca jako funkcja r (przy ustalonych q, m).

Zadanie 4. Niech $T \subseteq \mathbb{F}_q$ będzie zbiorem mocy t . Zdefiniujmy wielomian

$$p(X_1, \dots, X_m) = \left(\prod_{i=1}^s (X_i^{q-1} - 1) \right) \cdot \prod_{a \in T} (X_{s+1} - a)$$

- Ile wynosi $\deg(p)$?
- Udowodnij, że dla każdej bijekcji \mathbb{F}_q -liniowej Φ zachodzi $\deg(p \circ \Phi) \geq q^m - (q-t)q^{m-s-1}$.

Wskazówka: II lepietwistatkwom ma p? C o to mowit o stopniu d $\Phi \circ d$

- Wywnioskuj z tego, że $R_{q,m}(r) \geq q^m - (q-t)q^{m-s-1}$, gdzie $r = s(q-1) + t$ dla $0 \leq t < q-1$ (Na wykładzie pokazaliśmy jedynie ograniczenie w drugą stronę).

Zadanie 5. Pokaż, że zamiana współrzędnych może przekształcić kod cykliczny w niecykliczny.

Pokaż, że usunięcie współrzędnej może zamienić kod cykliczny w niecykliczny.

Zadanie 6. Pokaż, że kod $\text{RS}_{\mathbb{F}_{n+1}}(\gamma^0, \dots, \gamma^{n-1}, n, k)$, czyli wielomiany stopnia $< k$ ewaluowane we wszystkich punktach poza 0, w kolejności kolejnych potęg generatora, jest kodem cyklicznym.

Zadanie 7. Pokaż bezpośrednio z definicji, że kod dualny do kodu cyklicznego jest cykliczny.