

# Semantyka języków programowania

II UW r 2013/14

## Lista zadań nr 6

Na pracownię 19 listopada 2013

**Zadanie 1.** Niech  $(D, \sqsubseteq_D)$  oraz  $(E, \sqsubseteq_E)$  będą zupełnymi porządkami częściowymi. Pokaż, że funkcja  $f : D \rightarrow E$  jest ciągła wtedy i tylko wtedy, gdy jest monotoniczna oraz dla każdego  $\omega$ -łańcucha  $d_0 \sqsubseteq_D d_1 \sqsubseteq_D d_2 \sqsubseteq_D \dots$  w  $D$ :

$$f\left(\bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} d_i\right) \sqsubseteq_E \bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} f(d_i).$$

**Zadanie 2.** Niech  $f : \Sigma \rightarrow T$  oraz  $h : \Sigma \rightarrow \Sigma$ . Udowodnij, że funkcja  $F : (\Sigma \rightarrow \Sigma) \rightarrow (\Sigma \rightarrow \Sigma)$  zdefiniowana na dziedzinie  $(\Sigma \rightarrow \Sigma, \subseteq)$  następująco:

$$(Fg)(\sigma) = \begin{cases} (h \circ g)(\sigma), & \text{gdy } f(\sigma) = \text{true} \\ \sigma, & \text{w p.p.} \end{cases}$$

jest ciągła.

**Zadanie 3.** Wyznacz semantykę denotacyjną następujących instrukcji:

1.  $Z := 0; \text{while } Y \leq X \text{ do } (Z := Z + 1; X := X - Y),$
2.  $X := 0; \text{while } 0 \leq X \text{ do } X := X + 1.$

**Zadanie 4.** Rozszerz definicję semantyki denotacyjnej języka **IMP** o równanie definiujące semantykę instrukcji `repeat c until b`. Uzasadnij poprawność swojej definicji.

**Zadanie 5 (1 pkt).** Rozważmy zbiór  $\mathbb{L}$  zawierający następujące rodzaje ciągów liczb naturalnych: skończone (np.  $\langle 3, 1, 4, ! \rangle$ ), częściowe (np.  $\langle 3, 1, 4 \rangle$ ) oraz nieskończone (np.  $\langle 3, 1, 4, 1, 5, 9, \dots \rangle$ ). Ciągi skończone są zakończone symbolem końca ciągu ! i reprezentują zakończone obliczenia. Ciągi częściowe reprezentują prefiks obliczenia o nieznanym przyszłości. Listy nieskończone reprezentują nieskończone obliczenia.

Definiujemy na  $\mathbb{L}$  następującą relację:  $xs \sqsubseteq ys$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $xs$  jest prefiksem  $ys$ . Jak wyglądają  $\omega$ -łańcuchy w tym porządku? Pokaż, że  $(\mathbb{L}, \sqsubseteq)$  jest zupełnym porządkiem częściowym. Wyznacz najmniejsze górne ograniczenie łańcucha  $\{\langle \rangle, \langle 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 2, 3 \rangle, \dots\}$ .

Czy funkcja  $f : \mathbb{L} \rightarrow \mathbb{T}_\perp$ , zdefiniowana następująco:

$$f(xs) = \begin{cases} \text{true,} & \text{jeżeli 42 występuje w } xs \\ \text{false,} & \text{jeżeli 42 nie występuje w } xs \text{ i } xs \text{ nie jest listą częściową} \\ \perp, & \text{jeżeli 42 nie występuje w } xs \text{ i } xs \text{ jest listą częściową} \end{cases}$$

jest ciągła? Czy można ją zaimplementować w Haskellu? Jaka funkcję z  $\mathbb{L}$  w  $\mathbb{T}_\perp$  implementuje następujący fragment kodu w Haskellu i czy jest ona ciągła?

```
find42 :: [Int] -> Bool
find42 [] = False
find42 (x:xs) = if x == 42
                 then True
                 else find42 xs
```